

\mathbb{Q} 上ランク 2 のガロア拡大体に関する Kronecker-Weber の定理の類似について

吉本明宣 *Akinori YOSHIMOTO*

Abstract

The purpose of this paper is to make the structures of Galois groups of Galois extension fields over \mathbb{Q} with rank 2 clear. We use P functions which are generalizations of elliptic functions. We prove the theorem explained above applying the theorem concerning complex multiplication. We can embed Galois extension fields over \mathbb{Q} with rank 2 in equal extension fields over appropriate division quaternion algebras.

キーワード : ☐ Kronecker-Weber の定理 ☐ 等分拡大 ☐ 非可換類体論
☐ 谷山・志村予想 ☐ 不定符号 ☐ 四元数体
☐ ランク 2 のガロア拡大 ☐ 虚数乗法 ☐ 四元数乗法

はじめに

\mathbb{Q} 上のアーベル拡大に関する Kronecker-Weber の定理 [1] とは、「 \mathbb{Q} 上のアーベル拡大体は適当な円分体に含まれる」というものであった。その後 Kronecker は「Kronecker の青春の夢」と題する虚 2 次体上のアーベル拡大に関する予想を発表した。その内容は「虚 2 次体上のアーベル体は虚 2 次体に対応する楕円曲線の等分値を添加した体に含まれる」というものであった。この問題は、20 世紀に入り高木の類体論によって解決された。また、代数体上のアーベル拡大体を適当な関数の等分値を添加することによって構成するという問題は、20 世紀の半ばに志村・谷山・ヴェイユの虚数乗法論という形で部分的ではあるが一応の決着を見た。

これらの結果はすべてある代数体上のアーベル拡大に関するものであったが、虚数乗法をもたない楕円曲線の等分拡大体のアルティンの L 関数の極限と保形形式が対応するという問題 (谷山・志村予想) の提出により、非アーベル拡大を深く研究する状況が生まれた。虚数乗法を持たない有理数体上の楕円曲線を考えると、Seere の結果 [3] によれば、その等分拡大体の考察は、 \mathbb{Q} 上のランク 2 のガロア拡大体の考察に帰着された。他方で、Wiles は環論を深く研究することによって谷山・志村予想の一部を解決し、その結果として Fermat 予想の解決に至った。

以上の動機から、我々の目的は、 \mathbb{Q} 上ランク 2 のガロア拡大体を、楕円曲線の拡張で

あるエアロビック多様体の等分拡大体の部分体として実現することである。そのような考察によってゼータ関数を容易にとらえることが期待できる。

第 1 節では、四元数体上のそれに対応するエアロビック多様体の等分拡大体を考察し、そのガロア群の構造を明らかにする。第 2 節では、 \mathbb{Q} 上のランク 2 のガロア拡大体を四元数体上のそれに対応するエアロビック多様体の等分拡大体への埋め込みを実現する。

1 | \mathbb{Q} 上のランク 2 のガロア拡大体

K を有理数体 \mathbb{Q} 上のガロア拡大体と、ガロア群 $\text{Gal}(K/\mathbb{Q})$ の表現のランクは 2 であるとする。そのような \mathbb{Q} 上のガロア拡大を \mathbb{Q} 上のランク 2 のガロア拡大ということにする。この節で扱うのは、ランク 2 のガロア拡大の中で次のような特殊なタイプのものである。考察の対象となるガロア拡大は、四元数体 B に対して、 P 関数と dP 関数の n 等分値を添加してできる四元数体 B_n である。この章の目的は、有理数体 \mathbb{Q} 上のアーベル拡大に対する類体論の類似を、ガロア拡大 K_n/\mathbb{Q} ではなく、四元数体 B のガロア拡大 B_n/B に対して考えることである。

そこで、ある代数体 k 上で定義された四元数体 B 上の係数ガロア拡大を考える。 k 上のガロア拡大体 K に対して、 $B_K = B \otimes_k K$ を考えると、 $B \subset B_K$ に対して、通常のガロア理論を適用することができる。具体的には、ガロア拡大 K/k のガロア群を G としたとき、ガロア理論によれば、 G の部分群 H に対して中間体 k' ($k \subset k' \subset K$) が対応し、 H が正規部分群であればガロア拡大 K/k' のガロア群は H である。これを今考えている係数ガロア拡大に適用する。 B_K は B のガロア拡大とみなすことができ、そのガロア群は G である。また、 $B_{k'} = B \otimes_k k'$ とおけば、 $B_{k'}$ は B と B_K の中間四元数体と考えられ、次の対応が得られる。

$$B_K/B_{k'} \Leftrightarrow H$$

さらに、 H が G の正規部分群であれば、拡大 $B_K/B_{k'}$ はガロア拡大である。

[5] で定義した \mathbb{Q} 上の不定符号四元数体 $B = \left(\frac{N-q}{\mathbb{Q}} \right)$ を考える。ただし、 N は異なる奇数個の素数の積であり、 q は N と互いに素な素数である。そのとき、 B の無限素点での完備化は、 $M_2(\mathbb{R})$ である。ゆえに、 $M_2(\mathbb{R})$ と B および B のひとつの整環 R に対して、第 4 章で扱った P 関数を考えることができる。同様にして、 dP 関数も定義できる。また、整環 R に対して、その n 等分点 $R(n)$ を

$$(1.1) \quad R(n) = \left\{ X \in M_2(\mathbb{R}) \mid P(n \cdot X) = \infty, dP(n \cdot X) = \infty \right\}$$

と定義すると、 $R(n)$ は

$$(1.2) \quad R(n) = \{P(m), dP(m), (m \in R/nR)\}$$

となる。

まず、次の補題を証明する。

補題 1.1 B を体 k 上の四元数体とし、 K を k の代数的拡大体とすると、 $B_K = B \otimes_k K$ は B の代数的拡大四元数体である。

証明 B_K の任意の元を e とすると、第 1 章より、 $e = x + ya + ub + vab$, ($x, y, u, v \in K$) とおくことができる。 n を B_K の被約ノルムとし、 $n_{K/k}$ を代数的拡大 K/k におけるノルムとし、

$$n_{K/k}(e) = n_{K/k}(x) + n_{K/k}(y)a + n_{K/k}(u)b + n_{K/k}(v)ab$$

と定義する。定理 1.1 より、任意の O でない B_K の元 e に対して、 $n(e) \neq 0$ を示せばよい。

今、 B は四元数体であり、 $n_{K/k}(e)$ は O でないので、 $n \circ n_{K/k}(e) \neq 0$ である。

$n \circ n_{K/k}(e) = n_{K/k} \circ n(e)$ であるので、 $n(e) \neq 0$ である。 (q.e.d.)

R をレベル 1 の B の整環とすると、

$$(1.3) \quad R(n) = R/nR \cong M_2(\mathbb{Z}/n\mathbb{Z})$$

が成立する。また、 n 等分点の集合 $R(n)$ に対して、逆元をもつ $R(n)$ の元全体を $R(n)^*$ とすると、

$$(1.4) \quad R(n)^* = (R/nR)^* \cong GL_2(\mathbb{Z}/n\mathbb{Z})$$

となることがわかる。

そこで、 $m \in R, m' \in R(n)$ とすると、 $mm' \in R(n)$ であり、エアロビック多様体 $M_2(\mathbb{R})/R$ の n 等分点 $(P(m'), dP(m'))$ の m 倍写像を次のように定義できる。

$$(1.5) \quad m * (P(m'), dP(m')) = (P(mm'), dP(mm'))$$

エアロビック多様体がこのような性質を持つことを $M_2(\mathbb{R})/R$ は四元数乗法を持つということにする。

$M_2(\mathbb{R})/R$ は四元数乗法を持てば、 $M_2(\mathbb{R})/R$ の自己同型写像全体である $E(M_2(\mathbb{R})/R)$ は R と同型である。したがって、 $E(M_2(\mathbb{R})/R) \otimes_{\mathbb{Z}} \mathbb{Q} = B$ になることがわかる。

B に $R(n)$ の元全体を添加した体を B_n とするとき、次の命題が成り立つ。

命題 1.1 拡大 B_n/B はガロア拡大である。

証明 上で述べたことから、 $R(n)$ は B_n/B の自己同型群と一致することがわかる。ゆえに、拡大 B_n/B はガロア拡大である。 (q.e.d.)

命題 1.2 $G(n) = \text{Gal}(B_n/B)$ は $(R/nR)^*$ の部分群と同型である。

証明 X, Y を $M_2(\mathbb{R})/R$ に含まれる B_n の元とし、 $m \in R$ とするとき、 $G(n)$ の元 σ は準同型

写像であるので、

$$(1.6) \quad \sigma(X \oplus Y) = \sigma(X) \oplus \sigma(Y), \sigma(m * X) = m * \sigma(X)$$

が成り立つ。 σ は $R(n)^*$ に作用し、

$$(1.7) \quad \sigma: \left(P\left(\frac{1}{n}\right), dP\left(\frac{1}{n}\right) \right) \mapsto \left(P\left(\frac{m}{n}\right), dP\left(\frac{m}{n}\right) \right)$$

となる $m \in R, \frac{m}{n} \in R(n)^*$ が決まる。すると、他の $R(n)^*$ の元 $\left(P\left(\frac{m'}{n}\right), dP\left(\frac{m'}{n}\right) \right)$ への σ の作用は、

$$(1.8) \quad \begin{aligned} \sigma \left(P\left(\frac{m'}{n}\right), dP\left(\frac{m'}{n}\right) \right) &= \sigma \left(m' * \left(P\left(\frac{1}{n}\right), dP\left(\frac{1}{n}\right) \right) \right) \\ &= m' * \sigma \left(P\left(\frac{1}{n}\right), dP\left(\frac{1}{n}\right) \right) \\ &= m' * \left(P\left(\frac{m}{n}\right), dP\left(\frac{m}{n}\right) \right) \\ &= \left(P\left(\frac{m'm}{n}\right), dP\left(\frac{m'm}{n}\right) \right) \end{aligned}$$

ゆえに、任意の $G(n)$ の元 σ は (1.8) の作用によって、すべての等分点への作用が決まる。したがって、 σ を σ_m とおくことができる。

σ_m は (5.7) から準同型写像であることがわかり、明らかに 1 対 1 写像でもある。したがって、 $G(n) \rightarrow (R/nR)^*$ となる 1 対 1 準同型写像が存在し、 $G(n)$ は $(R/nR)^*$ の部分群と同型である。 (q.e.d.)

$$\alpha < 0, \beta > 0 \text{ とすると、} \alpha = \begin{pmatrix} \sqrt{\alpha} & 0 \\ 0 & -\sqrt{\alpha} \end{pmatrix}, b = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ \beta & 0 \end{pmatrix} \text{ とおくことによって、}$$

$$(1.9) \quad B = \mathbb{Q} + \mathbb{Q}a + \mathbb{Q}b + \mathbb{Q}ab$$

と表すことができ、

$$(1.10) \quad B = \left\{ \left(\frac{z}{\beta \bar{w}} \frac{w}{\bar{z}} \right) \mid x, y, u, v \in \mathbb{Q} \right\}, (z = x + ya, \bar{z} = x - ya, w = u + va, \bar{w} = u - va)$$

$$(1.11) \quad B = F + Fb, (F = \mathbb{Q} + \mathbb{Q}a)$$

と表すこともできる。

いま、有理数体 \mathbb{Q} にエアロビック多様体 $M_2(\mathbb{R})/R$ の n 等分点を添加した体を k_n とおき、 B にエアロビック多様体 $M_2(\mathbb{R})/R$ の n 等分点を添加した体を B_n とおく。また、虚 2 次体 F に対して、 F の整数環 O によって定義される楕円曲線 \mathbb{C}/O の n 等分点を添加した体を F_n とおく。そして、以下のような関係を考える。

$$(1.12) \quad \mathbb{Q} \subset F \subset F_n \subset k_n, F \subset B \subset B_n, k_n \subset B_n$$

\mathbb{Q} の素数 p に対して、 p を割る F の任意の素イデアルを \wp とし、 \wp を割る F_n の任意の素イデアルを \wp' 、 \wp' を割る k_n の任意の素イデアルを \wp'' 、 \wp を割る B の任意の既約左イデアルを J 、 \wp' を割る B_n の任意の既約左イデアルを J' とおく。 F_n/F のフロベニウス写像 $Fr_{\wp'}$ は F_n/F がアーベル拡大であることから、 Fr_{\wp} とおくことができる。また、ガロア拡大 B_n/B についても、フロベニウス写像 $Fr_{J'}$ を考える。このとき、次の補題が成り立つ。

補題 1.2 フロベニウス写像 $Fr_{J'}$ は Fr_J とおくことができる。

証明 $B = F + Fb$ は四元数体であり、 B_n は $M_2(\mathbb{R})/R$ の n 等分点を添加した体である。また、 $M_2(\mathbb{R}) = \mathbb{C} + \mathbb{C}b$, $R = O + Ob$ であり、 F_n は F に \mathbb{C}/O の n 等分点を添加した体であることに注意すると、 $B_n = F_n + F_nb$ であることがわかる。

さらに、 J' の B_n/B における任意の共役左イデアルを \tilde{J}' とおき、共役写像 σ によって $\sigma(J') = \tilde{J}'$ であるとする、 $Fr_{J'} = \sigma Fr_{J'} \sigma^{-1}$ であるので、

$$\begin{aligned}
 (1.13) \quad Fr_{J'}(B_n) &= \sigma Fr_{J'} \sigma^{-1}(B_n) \\
 &= \sigma Fr_{J'} \sigma^{-1}(F_n) + \sigma Fr_{J'} \sigma^{-1}(F_n)b \\
 &= Fr_{J'}(F_n) + Fr_{J'}(F_n)b \\
 &= Fr_{J'}(B_n)
 \end{aligned}$$

となる。これは、 B_n/B のフロベニウス写像 $Fr_{J'}$ は B の左イデアル J によってのみ決まることからわかるので、フロベニウス写像 $Fr_{J'}$ は Fr_J とおくことができる。 (q.e.d.)

さて、命題 1.2 で見たようにガロア群 $G(n) = Gal(B_n/B)$ は $(R/nR)^*$ の部分群と同型であったが、 $G(n)$ のFrobenius 写像 Fr_J を観察することによって、より詳しく $G(n)$ の構造を見ていく。

ここで、虚数乗法の主定理を引用する。

定理 1.1 (Shimura[1]) K を整数環 R_K をもつ虚 2 次体とし、 E/\mathbb{C} を $End(E) \cong R_K$ であるような楕円曲線とし、 $\sigma \in Aut(\mathbb{C})$ を複素数体の自己同型、 $s \in A_K^*$ を $[s, K] = \sigma|_{K^{ab}}$ を満たす K のイデールとする。ここで、 $[s, K]$ は素元 s に対応する K の Frobenius 写像である。さらに、複素解析的同型 $f: \mathbb{C}/a \cong E(\mathbb{C})$ を固定する。ここで、 a は K の分数イデールである。このとき、

$$\begin{array}{ccc}
 (1.14) & K/a & \xrightarrow{s^{-1}} K/s^{-1}a \\
 & \downarrow f & \downarrow f' \\
 & E(\mathbb{C}) & \xrightarrow{\sigma} E^\sigma(\mathbb{C})
 \end{array}$$

を可換とするような $(f$ と σ に依存する)複素解析的同型 $f': \mathbb{C}/s^{-1}a \cong E^\sigma(\mathbb{C})$ が存在する。

定理 1.2 $G(n) = Gal(B_n/B)$ は $(R/nR)^*$ と同型である。

証明 命題 1.2 より、 $G(n)$ は $(R/nR)^*$ の部分群であることがわかっているので、 $G(n)$ が

ら $(R/nR)^*$ への写像が全射であることを言えばよい。

今、 B と R に関する P 関数を考え、その \mathbb{C} への制限を考える。(1.11) より、 $B = F + Fb$, ($F = \mathbb{Q} + \mathbb{Q}a$) であるが、虚 2 次体 F の整数環を O_F とし、 $R = O_F + O_F b$ とする。そのとき、 P 関数は

$$M_2(\mathbb{R})/R \cong E(M_2(\mathbb{R}))$$

のように、エアロビック多様体 $\tilde{E}(M_2(\mathbb{R}))$ と同型である。 P 関数の \mathbb{C} への制限は $M_2(\mathbb{R})/R$ では、 \mathbb{C}/O_F への関数の制限となる。このとき、 $f: \mathbb{C} \rightarrow E$, (ここで、 E は $M_2(\mathbb{C})$ 内の \mathbb{C}/O_F と同型な多様体) を $P|_{\mathbb{C}} = f$ とする関数とすると、虚数乗法の定理 1.1 より、

$$\sigma(f(x)) = f'\left(\frac{x}{s}\right), (x \in F^{ab})$$

となる関数 $f': \mathbb{C} \rightarrow E^\sigma$, (ここで、 E^σ は $M_2(\mathbb{C})$ 内の $(\mathbb{C}/O_F)^\sigma$ と同型な多様体) が存在する。ここで、素数 p に対応する素元を π として、 π で決まる有理数体 \mathbb{Q} のイデールを π で表すとする、 p が 1 次の素数であるか 2 次の素数であるかに従って、 $\pi = ss'$ または $\pi = s$ となる。ここで、 s' は s の共役である。

$[s, K]$ を素元 s に対応する F の Frobenius 写像とし、 $\sigma' (\in \text{Aut}(\mathbb{C}))$ を複素数体の自己同型で $[s', K] = \sigma'|_{F^{ab}}$ とすると、 $\pi = ss'$ か $\pi = s$ に従って、

$$(1.15) \quad \sigma \circ \sigma'(f(x)) = f'\left(\frac{x}{ss'}\right) = f'\left(\frac{x}{\pi}\right) \text{ または } \sigma(f(x)) = f'\left(\frac{x}{\pi}\right)$$

となるのがわかる。ここで、 $\sigma \circ \sigma'$ は $\text{mod } p$ で定義される写像であることに注意する。

他方、 B の最大等分拡大体を B^T とし、素数 p に対して、規約左イデール J に対応する B のイデールを L で表すことにすると、 $\lambda (\in \text{Aut}(M_2(\mathbb{R})))$ に対して、 $[L, B] = \lambda|_{B^T}$ となる L に対応する B の Frobenius 写像 $[L, B]$ が存在することになる。ここで、 B^T は \mathbb{Q} のランク 2 の最大ガロア体であるとする。 L の共役を L' とすると、 $LL' = \pi$ となることから、

$$(1.16) \quad \lambda \circ \lambda'(f(x)) = f'\left(\frac{x}{\pi}\right), (x \in (O_F/nO_F)^*)$$

が成立する。ここで、 λ' は λ の共役写像である。 $[L', B] = \lambda'|_{B^T}$ であることに注意する。

$B = F + Fb$, $P|_{\mathbb{C}} = f$ であったので、(1.15) より、

$$(1.17) \quad \lambda \circ \lambda'(P(X)) = P'\left(\frac{X}{\pi}\right), (X \in (R/nR)^*)$$

となる。ここで、 P' は楕円関数 f' に対応する P 関数である。(1.14)、(1.17) より、

$$(1.18) \quad \lambda(P(X), dP(X)) = \left(P'(XL^{-1}), dP'(XL^{-1})\right), (X \in (R/nR)^*)$$

L に対応する規約左イデール J は $(R/nR)^*$ のすべての類に対して存在するから、 $(R/nR)^*$ への Frobenius 写像の全射が証明できた。

2 | \mathbb{Q} 上のランク 2 のガロア拡大

この節では、 \mathbb{Q} 上のランク 2 のガロア拡大に関する Kronecker-Weber の定理の類似を考える。 K を \mathbb{Q} 上のランク 2 のガロア拡大体で、 K/\mathbb{Q} のガロア表現 ρ は奇 ($\det \rho$ (複素共役) $= -1$) とする。このとき、 ρ は不定符号四元数体に自然に作用する。したがって、 B が不定符号四元数体であれば、 $B_K = B \otimes_{\mathbb{Q}} K$ を考えることができる。この節では、 K を適当な \mathbb{Q} 上の四元数体 B の K への係数拡大体を考え、それが含む B に P 関数と dP 関数の n 等分値を添加した体 B_n に含まれることを証明する。

定理 2.1 $B = \left(\frac{N, -q}{\mathbb{Q}} \right)$ とし、 $\mathbb{Q}(\sqrt{N}), \mathbb{Q}(\sqrt{-q}) \not\subset K$ とする。そのとき、 K で決まる自然数 m に対して、 B_K は B_m に含まれる。

証明 K は \mathbb{Q} 上のランク 2 のガロア拡大体なので、 K/\mathbb{Q} のガロア群 G は $SL(2, \mathbb{C})$ の有限な部分群と同型である。 G の元のすべてを対角化した元からなる集合を

$$(2.1) \quad G_0 = \left\{ \begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{pmatrix} \mid a, b \in \mathbb{C} \right\}$$

とする。 G の位数は有限であるので、

$$(2.2) \quad G_{0,1} = \left\{ a \in \mathbb{C} \mid \begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{pmatrix} \in G_0 \right\}, \quad G_{0,1} = \left\{ b \in \mathbb{C} \mid \begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{pmatrix} \in G_0 \right\}$$

とすると、 $G_{0,1}, G_{0,2}$ を含む適当な有限アーベル群 $\tilde{G}_{0,1}, \tilde{G}_{0,2}$ が存在する。 $\tilde{G}_{0,1}, \tilde{G}_{0,2}$ をガロア群に持つ \mathbb{Q} 上のガロア拡大体を K_1, K_2 とすると、[1] の Kronecker-Weber の定理より、 $K_1/\mathbb{Q}, K_2/\mathbb{Q}$ のガロア群は、適当な自然数 m_1, m_2 に対して、 $(\mathbb{Z}/m_1\mathbb{Z})^*, (\mathbb{Z}/m_2\mathbb{Z})^*$ に含まれる。ゆえに、 m_1, m_2 の最小公倍数を m とすると、 G は G_0 の共役からなる群であるので、 $G \subset GL(2, \mathbb{Z}/m\mathbb{Z})$ となる。定理 1.2 より、 B_m/B のガロア群は $GL(2, \mathbb{Z}/m\mathbb{Z}) (\cong (R/mR)^*)$ であるので、 B_K は B_m に含まれる。 (q.e.d.)

おわりに

第 2 節の結果によって、 \mathbb{Q} 上ランク 2 でガロア表現が奇のガロア拡大体のゼータ関数は、ある不定符号四元数体上のガロア群が $GL(2, \mathbb{Z}/n\mathbb{Z})$ に同型なガロア拡大体の部分体のゼータ関数の考察に帰着される。そこでは、四元数体の整環上の Poisson の和公式が存在し、ゼータ関数の関数等式が得られる。また、 \mathbb{Q} 上ランク 2 でガロア表現が偶のガロア拡大体のゼータ関数は、ある定符号四元数体上のガロア群が $GL(2, \mathbb{Z}/n\mathbb{Z})$ に同型なガロア拡大体の部分体のゼータ関数の考察に帰着される。これらが証明されれば、 \mathbb{Q} 上ランク 2 のガロア拡大に対するラングランズ予想が解決されたことになる。

また、有理数体以外の代数体上で同様なことを考察しようとする、 P 関数のような適当な関数が見当たらない。有理数体以外の代数体上のランク 2 のガロア拡大に対する

同様の理論は、類体論のような一般的な理論を構築せざるを得ず、極めて困難な問題となることが予想される。

さらに、この論文では述べられなかったが、この論文の結果は四元数体の整環の既約左イデアルの分解法則と深く関係し、このことが類体論の類似となっていることを意味している。

参考文献

- [1] L. Kronecker: Über die algebraisch auflösbaren Gleichungen, Monatsber. Kgl. Preuss. Acad. Wiss. Berlin, 1902.
- [2] G. Shimura: *Introduction to the arithmetic theory of automorphic functions*, Iwanami Shoten and Princeton University Press, 1971.
- [3] J.-P. Serre: Propriétés galoisiennes des points d'ordre fini des courbes elliptiques, *Invent. Math.* 15 (1972), 259–331.
- [4] 吉本明宣: 「行列変数の有理型関数について」『社会とマネジメント』10 (2) (2011), 梶山女学園大学現代マネジメント学部, pp. 21–30.
- [5] 吉本明宣: 「有理数体上の四元数体のガロア拡大」『社会とマネジメント』12 (2013), 梶山女学園大学現代マネジメント学部, pp. 67–76.

【著者略歴】

吉本 明宣 (よしもと あきのり)

1959年 愛知県生まれ

所 属・現 職 梶山女学園大学現代マネジメント学部現代マネジメント学科・准教授

最終学歴・学位 名古屋大学大学院理学研究科博士課程後期課程数学専攻満期退学・修士 (理学)

所 属 学 会 日本数学会

主 要 業 績 「行列変数の解析関数について」『社会とマネジメント』9 (1) (2011), 梶山女学園大学現代マネジメント学部, pp. 57–70.
「行列変数の有理型関数について」『社会とマネジメント』10 (2) (2011), 梶山女学園大学現代マネジメント学部, pp. 21–30.
「有理数体上の四元数体のガロア拡大」『社会とマネジメント』12 (2013), 梶山女学園大学現代マネジメント学部, pp. 67–76.