

原著 (Article)

数学リテラシー概念に基づく 数学教員養成カリキュラム改革の試み(II)

An Example of Curriculum of Mathematics Education of Teachers Based on the Concept of Mathematics Literacy (II)

浪川 幸彦*・高橋 聡*・竹内 聖彦*・白井 朗*
NAMIKAWA, Yukihiko* TAKAHASHI, Satoshi* TAKEUCHI, Kiyohiko* SHIRAI, Akira*

キーワード：数学リテラシー，数学教員養成カリキュラム，コア数学科目

Key words：mathematics literacy, curriculum of mathematics education of teachers,
core subjects of mathematics

1. はじめに

本稿は、椋山女学園大学教育学部（以下、本学部）における数学教員養成カリキュラム（以下、数学カリキュラム）改革についての第二報である。特に本稿では、第一報¹⁾での報告内容を踏まえ、数学教師がもつべき数学リテラシーの根幹の養成を目指した「コアとしての数学科目」での実践を中心に報告する。

本学部が小・中・高等学校の教員を世に輩出し始めて、約6年が経過した。その間、本学部学生の熱心で継続的な努力もあり、中・高等学校の数学科教員として正規採用されていく卒業生を少数ではあるが安定的に輩出してきた²⁾。同時に、第一報に記した本学部学生の実情³⁾を考慮した新たな数学カリキュラム（現行の数学カリキュラム、次章以降第2期数学カリキュラムと表記）では、算数科の学習指導に長けた小学校教員の育成をも見据えたカリキュラムを編成し展開した。結果、本学部数学カリキュラム履修者は、高い割合で、卒業時に小・中・高等学校教員として正式採用されるに至っている⁴⁾。この意味で、本学部の数学カリキュラムは、現時点で既に、十分な成果を挙げているといえることができる。

一方で、本学部数学カリキュラムは、数学リテラシー概念に基づいて構想され、改編されてきたカリキュラムである。すなわち、カリキュラム評価の指標として注目されがちな卒業時点までの短期的な成果を意識しつつも、それに留まらず、より中・長期的な立場から、すなわち学生たちが大学卒業後も継続して、（「すべての学習者が持つべき数学リテラシー像」⁵⁾に基づく）「数学教員が持つべき数学リテラシー像」の構築を、積極的に進めることを目指すカリキュラムである。従ってこの数学カリキュラム自体も、時代や社会の要請によっても変化する「数学教員が持つべき数学リテラシー像」という視点を含めて、継続的に、評価改善を繰り返していくことが求められ

る。

本稿は、このような本学部数学カリキュラムの次期改編に向けて行われた実践についての総括と検討結果の報告である。内容的には冒頭で述べた通り、「コアとしての数学科目」に関するものである。残る「教師のための数学専門科目」、「教師のための数学教養科目」とそれらの関係の検討は、稿を改めて行う。

2. 数学教員養成カリキュラムの推移

先述の通り、本学部数学カリキュラムは、数学教師が持つべき数学リテラシー像を念頭におきつつ編成されている⁶⁾。本稿ではこのリテラシー像構築の検討過程は省略して、編成されたカリキュラムの変遷について概要を述べ、リテラシー概念が如何に具体化されてきたかを説明する。

本学部設置時の2007年度においては、中学校高等学校の数学教員免許取得のための教育課程として、線形代数学・微分積分学を基本とした理学部数学科3年生程度までの内容を確実に身につけると同時に、将来数学教師として教壇に立つことを想定し、数学の背景あるいは周辺を広く学ぶことのできる科目編成とした。そのために、従来の数学の3分野である代数学・幾何学・解析学それぞれに、その分野の入門的な基礎科目群を1年次に、続く2年次にはそれぞれの専門科目を必修科目として配し、3年次にはそれぞれの発展的・現代的内容を扱う科目を統論、現代数学入門などの選択科目として配した。

2010年度にはこのカリキュラムの完成期を迎えたが、当初の想定とは異なり、数学カリキュラム登録者が30名以上ある一方で、その7割程度が小学校教員希望者で占められていた。カリキュラム編成時には、10名程度の中学校数学教員志望者のみの登録を見込んでいたため、この現実との差がカリキュラムの実施にかなり無理を生じる結果となった。また、数学カリキュラム履修者の高等学校での数学の履修科目に関しても、「数学Ⅲ」「数学C」を履修した者（以下、理系数学既修者）とそれらを履修していない者（以下、理系数学未修者）がほぼ半々であったことも困難の原因となった。もともと理系数学未修者にも対応したカリキュラム編成ではあったものの、それは数学カリキュラム履修者が10名程度を想定した場合のもので、その3倍以上の学生への十分な対応は困難であった。その結果、理系数学未修者には履修にかなりの困難を強いると同時に、教員側にも指導上の負担が多大となった。これらカリキュラム履修上の課題とは別に、ここで学ぶ高度に専門的な抽象数学と教員採用試験で求められる実践的知識とにある大きな隔たりを埋めるために、実践的訓練の場を設けることが望まれた。これら課題の解決を求めて翌2011年度から新たな数学カリキュラム（以下、第2期数学カリキュラム）の運用を試みた（図1参照）。

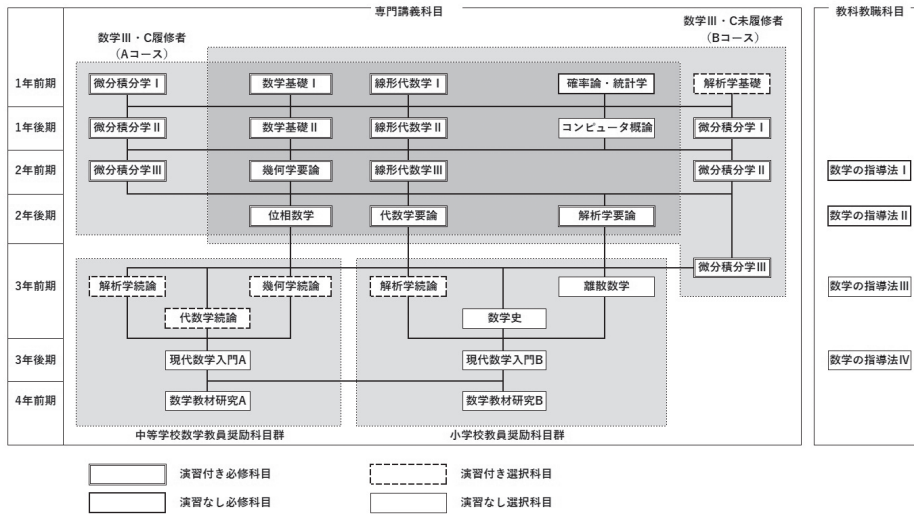


図1. 第2期数学カリキュラムのコースツリー

第2期数学カリキュラムでは、高等学校での履修の有無が修得に大きな差をもたらす解析系科目について理系数学未修者用のコースを設けることにより学生の学修を容易にすると同時に教員側の指導体制を整え、大学初年次に学校数学から専門数学への滑らかな接続を図るための導入科目（「数学基礎Ⅰ」（初等整数論）及び「数学基礎Ⅱ」（ユークリッド幾何学））を新設し、さらに4年次には専門数学を学んだ高い立場から学校数学の内容を見直して理解を深めるための数学科の教材研究（中学校教員希望者向けの「数学教材研究A」（高等学校数学の系統的教材研究）及び小学校教員希望者向けの「数学教材研究B」（算数科の内容を意識した中学校数学の教材研究））に関する科目を新設した。これらの科目新設による科目増を軽減するために4科目あったコンピュータ科目を2科目に整理した。この第2期数学カリキュラムにおいては、学生が理系数学既修者コースと未修者コースとに分属することで、修得レベルに見合った学びが可能となるとともに、少人数教育体制が実現でき、より手厚い学びの支援が可能となった。また、1年次から専門的内容に直結する導入科目を履修することで2年次の抽象的内容の理解が容易になると考えられた。さらに4年次に新設した教材研究科目が、専門数学と学校数学との橋渡しとなり、同時に教員採用試験に向けた実践的能力が育成されると期待された。

しかしながら、第2期数学カリキュラムの運用期になると、数学カリキュラム登録者の高等学校での科目履修状況が変化し、ほとんどが理系数学既修者となった⁷⁾。その上、課程途中で数学カリキュラムを離脱する理系数学未修者も多くなり、実際にカリキュラムを修了する未修者の比率は一層低くなる見込みとなった。そのため、当初期待した第2期数学カリキュラムの理系数学未修者に対する学修効果を検証するための十分なデータが得られていない。そこで、この数学カリキュラムを原則として継続運用することとなった。

このような状況への対応に加え，高等学校学習指導要領改訂による学生の既習事項の変化や，各学年で履修する他の必修科目との関係で生じたいくつかの不都合⁸⁾への対応を意図した微調整を施し，新たな数学カリキュラムとして第3期数学カリキュラムを策定した（表1，及び図2参照）。主な変更点は，次の5点となる。

- (I) 第2期数学カリキュラムの「確率論・統計学」は，高等学校で必修化された統計を学んだ学生の入学に合わせて，その内容を高度化し，実社会での統計の利用やデータの分析だけでなく，確率分布を含む積分論に立脚したより理論的な内容を採用入れる。それに伴い，開講時期を1年次ではなく積分論の学修後の3年次後期に

表1. 第3期数学カリキュラムの学年配当表

学年 期	1		2		3		4
	前	後	前	後	前	後	前
学校数学との 接続科目	代数学基礎				離散数学		現代数学A 現代数学B 数学史 初等幾何学 教材研究A 教材研究B
代数系専門科目	線形代数学I		線形代数学III	代数学要論	代数学統論		
幾何系専門科目		線形代数学II	幾何学要論	位相数学	幾何学統論		
解析系専門科目	解析学基礎	微分積分学I	微分積分学II	解析学要論	微分積分学III		
	微分積分学I	微分積分学II	微分積分学III	解析学要論	複素関数論	解析学統論	
統計						確率論・統計学	
コンピュータ		概論				演習	
演習科目	数学演習I	数学演習II	数学演習III	数学演習IV	数学演習V	数学演習VI	
数学の指導法			指導法I	指導法II	指導法III	指導法IV	

注：表中の科目名は一部略称を用いている。（科目の正式名称は図2を参照）

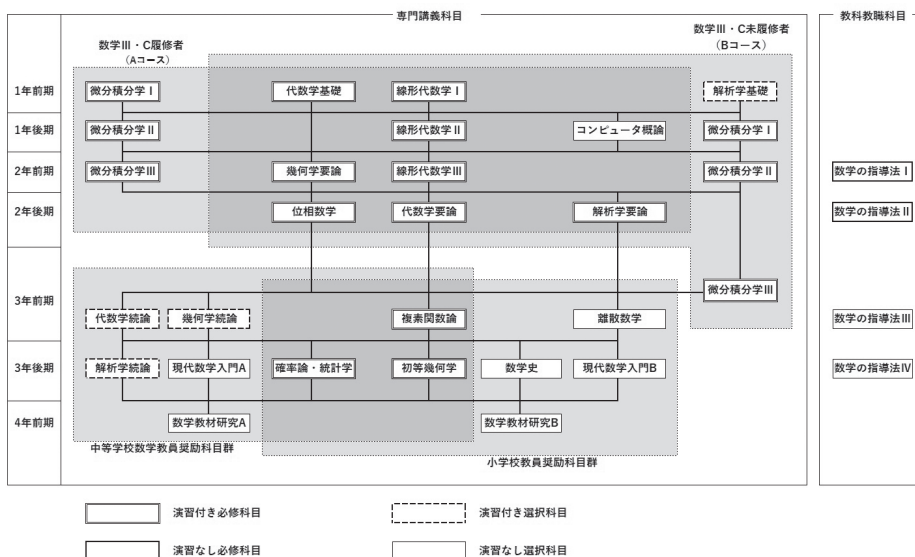


図2. 第3期数学カリキュラムのコースツリー

変更する。

- (2) 第2期数学カリキュラムの「数学基礎Ⅰ」は互除法などの初等整数論的な内容を扱う科目であり、その講義内容に合わせて科目名を「代数学基礎」と変更する。高等学校数学から大学数学への橋渡しの意味を重視して、開講時期の変更はしない。
- (3) 第2期数学カリキュラムの「数学基礎Ⅱ」はユークリッド幾何学を中心に扱う科目であり、その講義内容に合わせて科目名を「初等幾何学」と変更するとともに、中学校数学の教材研究との連続性を重視して開講時期を1年次から3年次後期に変更する。
- (4) 演習科目については第2期数学カリキュラムまでは2年次以降に代数学幾何学系の「代数学・幾何学演習」と解析学系の「解析学演習」と2系統設けていたものを「数学演習」として一本化し、「初等幾何学」「確率論・統計学」が開講される3年後期まで開講時期を延長する。
- (5) 解析系科目に「複素関数論」を追加する。講義内容は現行の「解析学統論」で扱っているものであるが、「解析学統論」は選択科目であり、数学カリキュラムを履修する全学生が履修するわけではない。「複素関数論」を追加するに至った経緯は、高等学校での複素数・複素数平面が前学習指導要領よりも教育内容が拡大したことに伴い、選択科目ではなく必修科目とするのが望ましいとの判断からである。そのため従来複素関数論を扱っていた「解析学統論」では、フーリエ解析や偏微分方程式の基礎を扱う予定である。

第3期数学カリキュラムは、2015年度入学生より逐次運用されている。実質的に第2期数学カリキュラムを引き継いだ数学カリキュラムを運用しながら、それと並行して、数学教師が持つべき数学リテラシー像を念頭においた数学カリキュラムの効果の見極めを進めている段階である。

3. 数学リテラシー概念に基づく「コアとなる数学科目」における取組

3-1. 代数学系科目

(1) 「線形代数学Ⅰ」での実践

行列と行列式を扱う「線形代数学Ⅰ」は、高等学校で扱う内容とはかなり隔たるため、学生の学ぶ意欲あるいは理解度と高等学校での理系数学科目の履修の有無との関連性は殆ど見出せない。むしろ新たに学ぶ内容に対する好奇心が旺盛であるかどうか意欲と理解度に反映されるようであり、成績上位者は多面的に活発な学生が多い。一方、女子学生であることから地道な計算や機械的な処理に抵抗を覚えない学生が多いため、単純な計算あるいは掃出し法などのアルゴリズムについては多くの学生が上手く処理できるかにみえる。しかし、実際にはその原理を理解しようとせず、単に手順のみ覚えているにすぎないため、半年後に履修する平面ベクトルを中心とした幾何的応用段階において行列式で表現された正則性条件を理解できないなどの状況が生

じる。可能な限り平易な具体的事例を多く提供することで原理を明瞭に伝えるような講義展開を目指している。

(2) 「線形代数学Ⅲ」での実践

「線形代数学Ⅱ」(後述)で学んだ2次元数ベクトル空間の諸性質を抽象化して一般ベクトル空間論を展開する。同時期に開講される「幾何学要論」における3次元ベクトル空間の幾何学的扱いと連動する形で部分空間、基底、線形写像、固有値などの概念を紹介していく中で、関数空間の線形性、微積分の線形性などに言及し、数学全体がそれぞれの分野に細分化されるものではなく一体となった学問体系であることを気付かせるよう注意している。抽象性の高い内容であるため学生の理解度は充分とは言えず、具体的な説明が導入できないか模索している。

(3) 「代数学要論」での実践

2年次後期に環論の初歩的な内容を取り扱う。内容が抽象的になるために理解に苦労する学生が増えるが、一方で、微積分の線形性に驚きの声をあげた学生が、整数環と多項式環の具体的な事例から一般の環論への統合に首肯するというように、数学的感性の育ってくる学生も見られる。異なる対象から共通性を見いだして統一的に理解するという姿勢の涵養を重視している。

3-2. 幾何学系科目

(1) 「線形代数学Ⅱ」での実践

2次元座標幾何学を独立した科目として展開するのは、本学部設置時からの数学カリキュラムの特色の一つである。第2期数学カリキュラムではこれを、「線形代数学Ⅱ」に置いた。ここでの目標は二つあり、2次元座標幾何学をベクトルと融合する形で展開すること、2次元合同変換を座標変換の形で学ぶことである。

前者ではさらにベクトルを「数ベクトル」として導入し、「線形代数学Ⅲ」で抽象ベクトル空間を学ぶ準備とする。次いで、高等学校「数学Ⅱ」にある座標幾何学(図形と方程式)と「数学B」にあるベクトルとが学生の中で乖離している状況を踏まえ、主に直線のパラメータ表示を意識的に導入し、方程式の係数ベクトルとの直交性を基礎に方程式表示との同値性を学ぶ。アイデアは簡単であるにもかかわらず、学生はこの新しい概念の学習に極めて大きな困難を覚えるようである。指導の際に第一に心がけているのは、実際に図を描くことである。特に昨年直線の図において、方向ベクトルだけでなく係数ベクトル(つまり法線ベクトル)を併せて記入させたことで直交性への理解が定着した。一方で、形式的に処理する危険も増えた。ベクトルの持つ最大の問題は、これが単に学校で学ぶ概念の「抽象概念」でしかなく、現実社会の諸事象と全く結び付いていないことであるが、これは、教科指導法との連携を前提とした課題であろう。

2次元合同変換が回転、反射、平行移動からなる事実は、小学校で既に「まわす」「ひっくりかえす」「ずらす」として、また中学校で「回転移動」「線対称移動」「平行

移動」として学んでいるのに、高等学校で変換を扱わないため、現代数学として全く学ばれていない。ここではその取扱を行うとともに、「線形代数学Ⅲ」で一般の線形写像を学ぶ準備とする。具体的な行列の取扱への習熟にはあまり問題がないが、その幾何学的意味の把握、あるいは性質の証明などは、他科目でも見られるように苦手である。

(2) 「幾何学要論」での実践

上記科目に接続する形で、3次元座標幾何学と平面2次曲線論とを学ぶ。ここでは「線形代数学Ⅲ」で一次独立性や固有値を同時並行に近い形で学ぶことが重要な特色になっている。いずれも高等学校数学で基礎を学んでいる内容（ただし後者は現行「数学Ⅲ」）の発展的な内容であるため、他の科目に比して本質的な困難は少ない。

(3) 「位相数学」での実践

この科目は、一般位相空間論の基礎を集合論の習熟と併せて行うべく構想されたのであるが、7カ年に渡って改善を試みながら実施してはいるものの、いずれも完全な失敗に終わっている。これは、述語論理の困難さと、高等学校段階までに扱う近似のイメージがあまりに希薄であるという二つの問題から生じる現代数学学習の困難が露呈している典型と考えられる。対策を含め現段階では論じることができない。

3-3. 解析学系科目

(1) カリキュラムの複線化による成果と課題

第2節で述べた通り、2011年度入学生より逐次運用された第2期数学カリキュラムでは、解析学系科目の複線化を試みた。具体的には、理系数学既修者の受講を想定したAコースと、理系数学未修者の受講を想定したBコースをカリキュラムに位置づけた。Aコースは入学後すぐに「微分積分学Ⅰ」の講義が始まるが、Bコースでは「微分積分学Ⅰ」の前に、まず初等関数の計算技能や基本的性質の理解を確実にするための基礎科目「解析学基礎」を位置づけ、「微分積分学Ⅰ」はAコースに比べて半年遅れて履修するのが特徴である。無論、どちらのコースを選択した場合でも、中・高等学校の数学科教員の資格免許は取得できる。

第2期数学カリキュラム運用初年度にあたる2011年度入学生は、Aコース15名、Bコース9名の履修があった。Bコースを選択した学生は、「解析学基礎」（1年前期に標準履修）の履修を通じて、高等学校数学で扱う解析的内容に対するある程度の自信をもった状態で、その後の学修に取り組む様子がうかがえた。この点は、複線型カリキュラムの成果といえる。しかし、数学カリキュラム履修者数に占める理系数学未修者数の大幅減少という想定外の状況もあり、運用当初から数学カリキュラム複線化について再検討する必要性が生じた。さらには、この複線化に応じた各授業を展開していく過程で、別の意味で複線型カリキュラム再検討を示唆する状況に遭遇した。以下、主なものを3点示す。

- 【ア】 Bコース選択者の中には、例えば“私はどうせBコースだから数学ができなくて当然”という意識から、Aコース選択者に対する“遅れ”や劣勢感を払拭できない者や、数学の学びに対する意欲低下を招いた者が複数存在した。また、“Bコースだから単位を落とす心配は無い”など、学びに対して消極的な態度を抱いてしまう者も存在した。
- 【イ】 一変数関数の微分学を扱う「微分積分学Ⅰ」（Aコースは1年前期、Bコースは1年後期に標準履修）において、どちらのコースを選択したかが、計算技能の差としては明確に現れた一方で、論理的に順序だてて思考を進める能力の差としては、ほとんど現れないと思われた。むしろ、Bコース対応の授業において、積極的に論理的に思考する場面や、そのような思考力が高いと感じる場面に数多く遭遇した。
- 【ウ】 一変数関数の積分学を扱う「微分積分学Ⅱ」（Aコースは1年後期、Bコースは2年前期に標準履修）では、積分は微分に比べ計算力が問われる場面が多く、そのような意味ではAコースとBコースの学生で明確に計算力に差が見受けられた。これは「置換積分」や「部分積分」といった積分の基本的計算技能の習熟度合いの差に連動していると考える。しかし【イ】と同様に、論理的に順序立てて思考を進める能力には差は感じられず、むしろBコースの学生の方が高い能力を示すほどである。

【ア】の前半に示した状況は、いわゆる習熟度別クラス編成による授業展開で生じる、学習意欲低下問題に関わっている。本学部の場合、Bコースの学生であったとしても数学的思考力に長けた学生が数多く存在し、しかもそのような学生の方が、Aコースの学生よりも中・高等学校数学科教員としての適性が高いと思われる状況が多々あった。さらに、【ア】の後半に示した状況は、より問題視すべき状況を引き起こすように思われる。というのも、例えば、理系数学既修者ではあるが数学的能力が十分とは言えない学生がAコースを選択した場合、形式的な計算技能にのみ習熟しようとして、数学的な思考を避ける傾向が強くなる状況が見てとれた。これは、数学カリキュラム複線化の意図に逆行するものである。

上記【イ】【ウ】の状況を裏付けるデータの一つとして、当該年度の「微分積分学Ⅰ」の単位不認定者の割合が、Aコースは20.0%、Bコースは0.0%であったことを挙げておく。特に、Aコースの単位不認定者の調査時の答案を見ると、定義に基づいて導関数を求める問題やロルの定理を仮定して平均値の定理を導く問題など、論理的に思考し記述する問題に対して無解答（白紙）であったり、論理的に意味不明な記述が目立ったりした。つまり、高等学校での理系数学科目の履修状況と数学における論理的な思考力の高低とは、相関があまりみられないと予測される⁹⁾。

このような状況を踏まえ、高等学校での理系数学の科目履修に基づくコース分けを一時取りやめ、2012年度入学者以降、明確なコース分けをすることなく解析学系科

目の授業を展開している。例えば、高等学校「数学Ⅱ」「数学B」の内容の理解に自信のない者は、コースに依らず「解析学基礎」を履修するように指導している。

以下、個別の解析系科目での実践と、それを通じて得た印象等をまとめる。

(2) 「解析学基礎」での実践

Aコース該当者は、初等関数の計算技能はBコース該当者のそれよりも長けているのは間違いないが、なぜその計算が成り立つのかなどの数学的思考力については、ほとんど持ち合わせておらず、ただ計算ができるのみである。数学においては計算技能と数学的思考力をバランスよく兼ね備えていくのが必要不可欠であるが、計算技能は基本的な技を覚えれば、あとは各自の練習により能力の向上が図れると考える。そのような理由から、「解析学基礎」では計算技能の育成の多くは大量に与えた練習問題に委ね、高等学校までにあまり身に付いていない数学的思考力の必要性を自ら気づくことを重点に置いて講義がなされている。

(3) 「微分積分学Ⅰ」での実践

この科目では特に、「限りなく近づく」ことの意味や、解析学における平均値の定理の役割など、基礎的ではあるが高等学校数学では十分に検討していない内容について詳説している。上記「解析学基礎」でも記述したように、計算技能の習熟は個人の努力で補えることが多いが、数学的思考力の伸長は適切な段階での支援が必要と考えるからである。

コースの統一に伴って懸念された問題は、それほど生じていない。Bコースに該当する学生は、初めこそ“遅れ”を感じているようだが、ある程度継続的な努力を積み重ねた学生は、Aコースに該当する学生から教えを請われるほど、学ぶ内容に対する理解を深めている様子がかがえる。ただ、Bコース該当者の中には、計算力が絶対的に足りない学生が、Aコース該当者の中には、計算技能の習熟のみに留まって、例えばロピタルの定理に至る議論などを論理的に展開できない学生が少なくない。

このような状況ゆえに、本科目では例年、単位不認定者が10名前後生じている。そのような学生の再履修をスムーズに支援するため、本科目は前期、後期ともに開講している。必然的に再履修者が多くなる後期開講の授業では、例えば、出題範囲を小刻みに設定した小テスト（主に「計算技能」を問う問題と、主に「数学的思考力」を問う問題の2種を出題）を実施している。このような取組みを通じて学生たちは、中・高等学校の数学科教師を志望する者にとって必要不可欠な、計算技能と数学的思考力の双方を身に付けることが、数学教師が持つべき数学リテラシー像に近づくための必要条件であることに気付きつつあるように思われる。

(4) 「微分積分学Ⅱ」での実践

Aコースに該当する学生は、「置換積分」や「部分積分」のような計算技能は、完全ではないが許容できるレベルには達している者が多い反面、Bコースに該当する学生はそれ以前の、ただ公式を当てはめるだけの問題でもかなりの危うさを持っており、計算技能の低さが目立つ。計算技能の向上のためには練習あるのみとの立場か

ら、練習問題を多く与えるとともに、毎回講義開始時に20～30分程度の小テストを実施している。小テストはやらないよりはましだったかもしれないが、効果が高かったとは言い切れず、より有効な方策を考える必要性を感じている。講義では計算練習よりも公式の成り立つ理由や考え方などの数学的思考力育成を目標に多くの時間を割り当てている。

(5) 「微分積分学Ⅲ」での実践

主として多変数の微分学を理論的に扱うこの科目では、Bコースに該当する一部の学生が、Aコースに該当する一部の学生を凌駕する場面が見られる。例えば、極限をイプシロンデルタ論法で見直す際、一変数の場合に両側極限を扱うために絶対値を導入したことを一般化して、多変数の場合に近傍を導入していくことを論理的に理解していくわけだが、Bコースに該当する学生の方が正しい論理に乗せて考察できることが少なくない。計算技能を身に付けることだけを重視してきた学生が、いよいよ数学的な議論に付いて来られなくなる場面の一つであろう。

この科目の履修を通して、Aコースに該当する学生が数学カリキュラム履修を諦めることがあるが、次のような趣旨の言葉を言い残していった学生を覚えている；「私が好きだったのは計算ドリルで、数学はそんなに好きではないことが分かりました。」このような認識に到達した学生にこそ、もう一つ上の段階に進んで、将来、中・高等学校数学教師になってもらいたいと強く思うが、そう上手くいかないのが実情である。

(6) 「解析学要論」での実践

1変数関数や多変数関数の微積分を一通り学び、また代数や幾何で線形写像・線形空間や幾何的扱いなどを学んだ後に開かれる科目である。内容は「級数展開理論」と「常微分方程式論」を扱う。級数展開においては誤差項の評価など、同時進行で展開されている「位相数学」との関連も深い。また、常微分方程式では物理現象と絡めた例題も多く与えるとともに、線形微分方程式の基本解（解空間の基底となるもの）を通じて線形空間の基底と次元の重要性に触れ、代数学との関係も見えるように工夫している。ただ、深い理解が得られたとは言い難く、授業の進め方に一考の余地があると考えられる。

4. 次期数学教員養成カリキュラム編成に向けて

以上を踏まえて、次期数学カリキュラム改革を見据えて総括する。

4-1. 数学カリキュラムの実施段階に注目して

本稿の冒頭でも述べたように、本学部数学カリキュラムは数学教師が持つべき数学リテラシー像を念頭におきつつ編成されており、そこに配置される科目は4つに大別されている¹⁰⁾。その中で本稿では、特に「コアとしての数学科目」での実践報告を

行ったが、幾つかの科目において、「教科（数学科）教育科目」や「教師としての数学専門科目」（「数学史」「現代数学入門」）で重複して扱われている内容の重要性に言及した。これは、数学カリキュラムにおけるスパイラル、あるいは学修における学び直しに深く関わる重要な視点と考えられる。この視点から言えば、例えば、「数学史」で扱われている内容との関連を踏まえ、1年前期に選択科目として開講されている「解析学基礎」を、高等学校で学んだ解析学の基礎的知識の背景を見直す科目として必修化することなどを検討しても良いかもしれない。また、算数科の学習指導に長けた小学校教員養成を目指すカリキュラムを編成するためには、「教科（算数科）教育科目」や「教師のための数学教養科目」（「数理の世界」）との関わりについても点検する必要が生じる。いずれにしても、「コアとしての数学科目」を中心に検討してきた科目間の関連について、もう少し広い視野をもって再検討する必要がある。

4-2. 数学カリキュラムの達成段階（実施直後）に注目して

本稿第2節で述べた通り、第2期数学カリキュラム運用時以降、数学カリキュラム履修者集団の質が、想定とは異なる傾向を示してきた。それに伴い、理系数学未修者間での切磋琢磨する姿の減少、数学カリキュラム中途離脱（積極的な意味では進路変更）者の増加など、様々な状況の変化が生じている。今後、少子化等の影響もあるため、数学カリキュラム履修者集団の質の変化を意識したカリキュラム改革は、より頻繁に実施することが求められよう。例えば、複線型カリキュラムについては、高等学校における理系数学の履修歴ではない他の視点からの複線化の可能性について検討していく必要がある。

加えて、複数の科目の実践報告でも記述したように、数学カリキュラムを履修している多くの学生が、数学で学ぶ知識は計算技術のような既に調べ尽された知識の羅列であると認識し、数学的な思考力をもって新しい何かを見出すことやそのための方法について検討した経験がない傾向が強いように思われることは、注目すべきであろう。いわゆる、数学的知識の二面性（内容知；Products と方法知：Processes）という、言い古されてはいるが、近年の数学的リテラシー論でも注目され続けている知識を捉える枠組み¹¹⁾があるが、これを用いて言い換えるならば、本来、表裏一体となるべき内容知と方法知が、学生の中で分離している可能性が非常に高いように思われる。

この枠組みを用いると、複数の実践報告で述べた状況、すなわち、「むしろBコース対応の授業で、受講生が積極的に論理的思考を進めたり、その能力の高さを感じたりする場面が多い」ことを、ある程度理論的に説明することが可能かもしれない。また、各科目で扱う内容を内容知と方法知に分類して意識化することで、数学的プロセスを意識した新たな科目系統を検討する必要性に言及できるかもしれない。いずれにしても、本学部の数学カリキュラムは、今後ますます、時代の流れや社会の要求なども含めた様々な視点からの継続的な検討が求められていくことだろう。

■附記

本研究は、科学研究費基盤研究(B)「数学リテラシーを育成する教員養成系数学教育の教授法開発とその理論化の研究」(課題番号26282041)(研究代表者：浪川幸彦)の援助を、また本研究の一部は、同基盤研究(B)「理科教育における自然のモデル化・数学化能力育成の基礎的研究」(課題番号15H03506)(研究代表者：内ノ倉真吾)の援助をそれぞれ受けている。

■注

- 1) 参考引用文献[3]
- 2) 入学期(卒業年度)毎の数学カリキュラム履修者数と卒業時の進路状況一覧を下に挙げる(表2)。教員以外の欄は一般企業就職者と大学院進学者の合計数である。最下段は卒業後に教員採用試験に合格し正規採用されたことの報告の集計である。

表2. 数学カリキュラム履修者数と卒業時の進路状況

入学期	1期生	2期生	3期生	4期生	5期生	6期生
卒業年度	平成22年度	平成23年度	平成24年度	平成25年度	平成26年度	平成27年度 (予定)
数学コース履修者数	32	35	31	23	21	23
正規採用者数 (卒業時)	16 (中高5)	11 (中高2)	12 (中高2)	10 (中高1)	12 (中高2)	10 (中高2)
講師採用者数 (卒業時)	13	24	14	11	7	6
教員以外	3	0	5	2	2	3
過年度 正規採用者数	8以上	7以上	6以上	2以上	2以上	—

- 3) 第一報(参考引用文献[3])で報告された内容を要約すれば、第一に、本学部で数学科教員免許取得を目指す学生の実際の人数や数学関連科目の履修歴、就職を希望する学校種などの諸状況が当初想定していた状況と大幅に乖離していたこと、第二に、本学部第一期生から第四期生の数学関連科目の成績を統計的手法をもって分析・考察した結果、各受講生の高等学校における「数学Ⅲ」「数学C」の履修・未履修に依存した傾向が見出されたことである。
- 4) 上掲、表2参照。
- 5) これに関わる論考は、例えば参考引用文献[2]である。
- 6) 前提となる検討は、参考引用文献[1]で行われている。
- 7) 設置時のカリキュラムを運用した2007年度から2010年度までは、理系数学未修者の数学カリキュラム登録者全体に対する割合が47.1%(16/34)、47.2%(17/36)、42.4%(14/32)、37.5%(9/24)と推移したが、第2期数学カリキュラム運用時の2011年度から2014年度は、37.5%(9/24)、22.6%(7/31)、24.0%(6/25)、21.4%(6/28)と半数ほどに減少した。
- 8) 本学部は小学校教員養成がその主たる目的であり、中等学校の数学教員養成は付加的なものである。したがって、数学科の教員養成に重点を置いて編成された第2期数学カリキュラムは、小学校教員養成カリキュラム(科目配置)との関係で、いくつかの不都合が生じていた。
- 9) 実際、その後のデータを合算すると、2011年度以降2014年度までに「微分積分学Ⅰ」を履修した数学コースの学生の成績で、良(「B」)及び可(「C」)となった者の割合は、Aコース該当者46.3%(=38名/82名)、Bコース該当者46.4%(=13名/28名)となっている。
- 10) 参考引用文献[3](pp. 84-87)では、「コアとしての数学科目」、「教師としての数学専門科目」、「教師のための数学教養科目」、及び「教科(数学科)教育科目」の4つが数学カリキュラムを構成する科目として位置付けられている。
- 11) 例えば、米国の各州共通基礎スタンダード(Common Core State Standards)に示された数学カリ

キュラムでも、数学的プラクティスに関するスタンダードが8つに分けて記述されている (<http://www.corestandards.org/Math/Practice/>)。数学カリキュラム編成において、数学的知識の方法知が果たす重要性を示す一例といえる。

■参考引用文献

- [1] 浪川幸彦 (2009a). 数学教員の持つべき数学リテラシーについての覚え書き. *椋山女学園大学教育学部紀要*, 2, 41-49.
- [2] 浪川幸彦 (2009b). 日本における数学的リテラシー像策定の試み; 「科学技術の智」プロジェクト数理科学専門部会報告書. *日本数学教育学会誌*, 91(9), 21-30.
- [3] 浪川幸彦, 竹内聖彦, 白井朗 (2011). 数学リテラシー概念に基づく数学教員養成カリキュラム改革の試み. *椋山女学園大学教育学部紀要*, 4, 83-94.